

Colles
corrigées et commentées

MPSi – PTSi

Physique

*S'entraîner
aux concours
dès la Sup*



Alexandre Alles
Thomas Busser-Ramseyer

Chapitre n°1

Propagation de la lumière

Lois de Snell-Descartes

✂ Indice de réfraction d'un milieu

L'indice de réfraction (ou indice optique) d'un milieu est défini comme $n = \frac{c}{v}$ avec v célérité de la lumière dans le milieu considéré et c célérité de la lumière dans le vide.

✂ Dioptre

Un dioptre est une surface séparant deux milieux de réfringence différente (i.e. d'indices de réfraction différents).

✂ Plan d'incidence

On appelle plan d'incidence le plan formé par le rayon incident et la normale au dioptre au point d'incidence noté I .

Soit un rayon lumineux incident arrivant depuis A sur un dioptre plan partiellement réfléchissant. Le trajet suivi par la lumière afin de relier deux points A et B est le trajet localement le plus rapide (la ligne droite dans un milieu homogène).

✂ Première loi de Snell-Descartes

- Le rayon réfléchi appartient au plan d'incidence.
- L'angle d'incidence i_i et de réflexion r sont reliés par $r = -i_i$ (les angles positifs sont définis dans le sens trigonométrique).

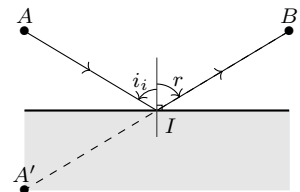
Conséquence : L'image A' de A par le dioptre est le symétrique de A par le dioptre.

Soit un rayon incident se propageant dans un milieu d'indice de réfraction n_i , il traverse un dioptre plan et émerge en un rayon réfracté (ou transmis) se propageant dans un milieu d'indice de réfraction n_r .

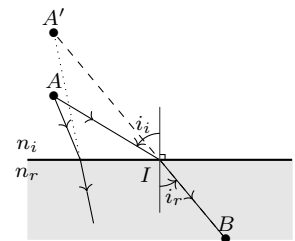
✂ Seconde loi de Snell-Descartes

- Le rayon réfracté appartient au plan d'incidence.
- L'angle d'incidence i_i et de réfraction i_r sont reliés par $n_i \sin i_i = n_r \sin i_r$.

Conséquence : L'image A' de A s'obtient par l'intersection du prolongement des rayons réfractés.



Réflexion sur
une surface plane



Réfraction sur
un dioptre plan

Colle 1

On considère un rayon incident se propageant dans l'air ($n_a = 1.00$) frappant avec un angle $i = 10.0^\circ$ (par rapport à la normale) une lame de verre d'épaisseur $e = 10.0$ mm et d'indice de réfraction $n_v = 1.50$ à faces parallèles (une vitre par exemple).

1. Exprimer l'angle de déviation entre le rayon émergent de la vitre et le rayon incident. Représenter graphiquement la situation.

2. Déterminer le décalage d à la sortie de la lame entre le rayon émergent et le rayon qui aurait émergé sans lame.

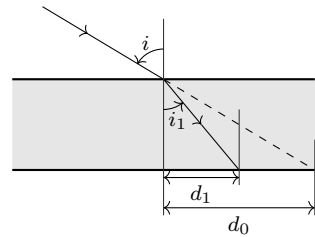
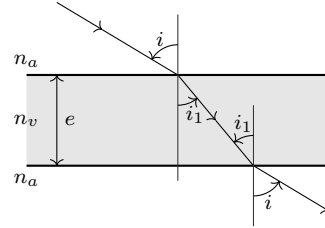
1. Le verre étant plus réfringent que l'air, l'angle de réfraction dans le verre est plus faible que l'angle d'incidence dans l'air $\sin(i_1) = \frac{n_a}{n_v} \sin(i)$. L'angle de réfraction sur le premier dioptre et l'angle d'incidence sur le second dioptre sont alternes-internes. Finalement le rayon passe du verre à l'air et l'angle d'émergence vérifie donc $\sin(i_2) = \frac{n_v}{n_a} \sin(i_1)$ donc $i_2 = i$. L'angle de déviation est nul.

2. Le décalage est défini comme $d = d_0 - d_1$ (voir schéma ci-contre), le triangle formé par le rayon se propageant dans la lame de verre permet d'écrire

$$\begin{aligned} \tan(i_1) &= \frac{d_1}{e} \Rightarrow d_1 = e \tan i_1 = e \frac{\sin(i_1)}{\cos(i_1)} \\ &= e \frac{\frac{n_a}{n_v} \sin(i)}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_a}{n_v} \sin(i)\right)^2}} \simeq 1.16 \text{ mm} . \end{aligned}$$

De même $d_0 = e \frac{\sin(i)}{\cos(i)} \simeq 1.76 \text{ mm}$ donc le décalage

$$d = 0.60 \text{ mm} .$$



Cette question nécessite, comme souvent en optique géométrique, d'être à l'aise avec les outils de base de trigonométrie.

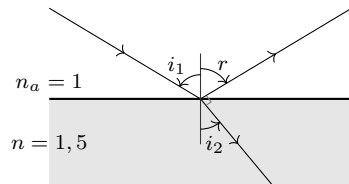
Colle 2

Un rayon lumineux se propage dans l'air et arrive sur un bloc de verre d'indice $n = 1.5$. Calculer l'angle d'incidence pour que le rayon réfléchi soit perpendiculaire au rayon réfracté (cet angle est appelé angle de Brewster).

Un schéma est souvent nécessaire pour bien comprendre la situation, même si il n'est pas explicitement demandé.

On se place dans le cas où il y a un angle droit entre le rayon réfléchi et le rayon transmis (voir schéma ci-contre).

On a la relation $1 \times \sin i_1 = n \sin i_2$ avec $n = 1,5$, et d'après le schéma on a $-r + \pi/2 + i_2 = \pi$ (dans le sens trigonométrique), soit donc $i_2 = \pi/2 + r = \pi/2 - i_1$.



On injecte le résultat précédant dans la relation de Descartes, qui devient : $\sin i_1 = n \sin(\pi/2 - i_1)$
 Or $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$, donc on a

$$\sin i_1 = n \cos i_1 \quad \text{donc} \quad \tan i_1 = n \quad \text{donc} \quad i_1 = \arctan n = 56^\circ$$

Ici les deux angles sont inconnus, il faut donc deux équations pour résoudre le système. La première provient des lois de Snell-Descartes et l'autre de la situation géométrique décrite dans l'énoncé.

Prendre les angles orientés dans le sens trigonométrique pour manipuler des angles positifs.

La formule $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$ peut se retrouver facilement en faisant un cercle trigonométrique.

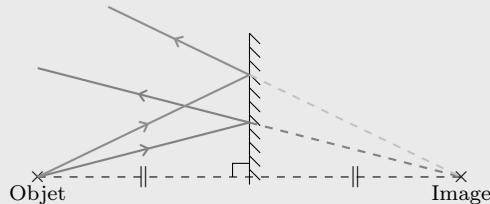
Miroir plan

Un miroir plan est une surface plane réfléchissante, en général du verre recouvert d'une couche métallique. Les rayons incidents sont réfléchis totalement. Les lois de Descartes affirment que l'angle entre la normale et le rayon incident est le même que celui entre la normale et le rayon réfléchi.

✂ Image par un miroir

Dans le cas du miroir plan, l'image d'un point objet est son symétrique par rapport au plan du miroir. L'image est virtuelle.

Tous les rayons sortants semblent provenir de l'image.

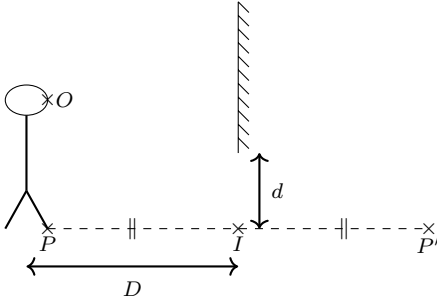


📎 Colle 3

Une personne est située à $D = 1.0\text{ m}$ d'un miroir plan. Cette personne mesure 1.85 m et la distance entre les yeux et le haut de son crâne vaut 10 cm . Le miroir a une hauteur H et son extrémité inférieure est située à une distance d du sol.

1. Faire un schéma. Où se forme l'image de la personne par le miroir ?
2. Déterminer la valeur maximale de d notée d_{max} pour que la personne voie ses pieds.
3. Si la personne recule, peut-elle alors se voir entièrement ?

1.



2. Pour que l'homme puisse se voir en entier, il faut qu'un rayon issu de ses pieds P puisse entrer dans son œil O. On peut appliquer le théorème de Thalès dans le triangle rectangle reliant l'œil O, le pied P et son image P'. On appelle I le point du miroir milieu du segment [PP']. Le théorème de Thalès nous donne

$$\frac{PO}{d_{max}} = \frac{PP'}{PI} = 2.$$

$$\text{Donc } d_{max} = \frac{PO}{2}.$$

L'image est la symétrique de la personne par rapport au miroir

3. La distance d_{max} ne dépend pas de D mais uniquement de la taille de la personne.

Réfraction limite et réflexion totale

Passage vers un milieu plus réfringent : $n_i < n_r$.

La loi de la réfraction stipule que $n_i \sin i_i = n_r \sin i_r$.

Si $n_r > n_i$, alors $\sin i_r < \sin i_i$ et donc $i_r < i_i$ car les angles sont entre 0 et $\pi/2$ (fonction sinus croissante).

✂ Réfraction dans un milieu plus réfringent

Lors d'une réfraction dans un milieu plus réfringent, l'angle de réfraction i_r est plus petit que l'angle d'incidence i_i . Le rayon réfracté se rapproche de la normale.

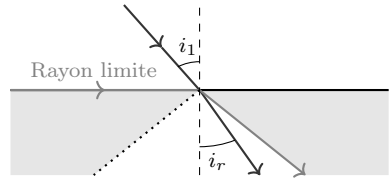
Soit un rayon incident se propageant d'un milieu moins réfringent vers un milieu plus réfringent ($n_i < n_r$). D'après la seconde loi de Snell-Descartes, plus on écarte le rayon incident de la normale, plus le rayon réfracté s'écarte aussi de la normale au dioptre. Si on prend le cas limite où le rayon incident est tout juste rasant (cf schéma ci-dessous), alors l'angle du rayon réfracté atteint une valeur maximale $i_{r,max}$ pour i_i tel que $i_i = \pi/2$. Dans cette situation limite on a $\sin i_i = 1$

En appliquant la seconde loi de Descartes, on trouve l'angle de réfraction limite

$$i_{r,max} = \arcsin \frac{n_i}{n_r}.$$

Indice n_i

Indice $n_r > n_i$



Passage vers un milieu moins réfringent : $n_i > n_r$.

Si $n_i > n_r$, alors $\sin i_i < \sin i_r$ et donc $i_i < i_r$ car les angles sont entre 0 et $\pi/2$.

✂ Réfraction dans un milieu moins réfringent

Lors d'une réfraction dans un milieu moins réfringent, l'angle de réfraction i_r est plus grand que l'angle d'incidence i_i . Le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

Soit un rayon incident se propageant d'un milieu plus réfringent vers un milieu moins réfringent ($n_i > n_r$). Pour qu'un rayon réfracté existe il faut que la relation suivante soit vérifiée

$$n_i \sin i_i = n_r \sin i_r \implies \sin i_r = \frac{n_i}{n_r} \sin i_i \leq 1.$$

Appelons i_{lim} l'angle d'incidence maximal tel qu'un rayon réfracté existe. Le rayon réfracté d'angle

i_r maximal est celui correspondant à la borne supérieure que peut atteindre $\sin i_r = 1$ (i.e. $i_r = +\pi/2$).

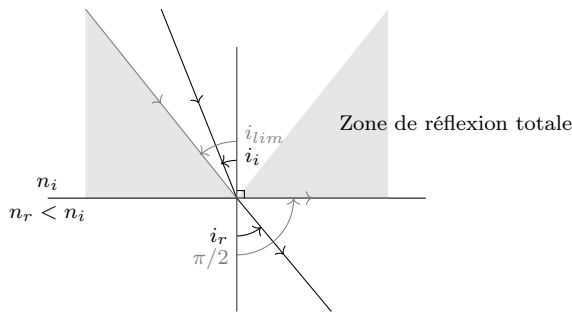
$$\frac{n_i}{n_r} \sin i_{lim} = 1 \Rightarrow i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right).$$

Au delà de cet angle d'incidence, le rayon réfracté n'existe plus (car i_r deviendrait supérieur à $\pi/2$). C'est le phénomène de réflexion totale.

✂ Réflexion totale

Pour avoir une réflexion totale, il faut respecter les deux conditions suivantes :

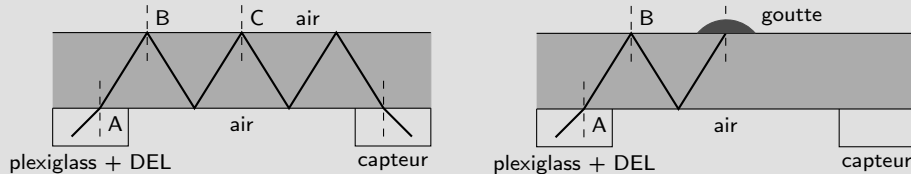
- $n_i > n_r$
- $i_1 > i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_r}{n_i}\right)$



Réflexion totale

🔗 Colle 4

De nombreux dispositifs d'aide à la conduite automobile sont apparus ces dernières années, par exemple les détecteurs de pluie permettant l'activation automatique des essuie-glaces.



Disposée à l'intérieur du véhicule, une diode électroluminescente (DEL) projette un faisceau lumineux sur le pare-brise, tandis qu'un capteur reçoit et mesure en permanence la lumière réfléchi. Plus il y a d'eau sur la vitre, moins le faisceau lumineux parvenant au capteur sera intense. Cette intensité lumineuse est ensuite utilisée comme consigne dans une boucle d'asservissement en vitesse contrôlant le mouvement des essuie-glaces.

Les rayons lumineux émis par la diode électroluminescente se propagent jusqu'au pare-brise dans du plexiglass d'indice optique $n_P = 1.50$. Les rayons sont dirigés vers le pare-brise avec un angle d'incidence de $\theta = 50.0^\circ$. On supposera que le pare-brise est en verre d'indice optique $n_v = 1.55$, l'indice optique de l'eau est $n_e = 1.33$ et celui de l'air $n_a = 1.00$.

1. Calculer la valeur de l'angle de réfraction au point A.
2. En absence de pluie, existe-t-il un rayon réfracté au point B ou au point C ?
3. En présence d'une goutte de pluie sur le pare-brise, existe-t-il un rayon réfracté au point C ?
4. Expliquer pourquoi plus il y a de gouttes de pluie sur le pare-brise, moins l'intensité reçue par le capteur est importante.

1. Le rayon incident se propage dans le plexiglass d'indice n_P et frappe le dioptre plexiglass/verre avec un angle $\theta = 50.0^\circ$ avant de rentrer dans le pare-brise d'indice n_v avec un angle de réfraction θ_1

vérifiant la seconde loi de Snell-Descartes, ainsi

$$\sin \theta_1 = \frac{n_P}{n_v} \sin \theta \simeq 0.741 \Rightarrow \theta_1 = 47.8^\circ .$$

2. L'angle d'incidence en B et l'angle de réfraction en A sont égaux car alternes-internes. Supposons qu'il existe une réfraction en B , ce rayon réfracté fera un angle θ_2 par rapport à la normale au dioptré tel que

$$\sin \theta_2 = \frac{n_v}{n_a} \sin \theta_1 = 1.14 ;$$

or la fonction sinus est bornée entre -1 et 1 , nous aboutissons donc à une contradiction. Le rayon réfracté n'existe pas, c'est-à-dire qu'il y a réflexion totale à l'interface verre/air au point B et au point C par un raisonnement identique.

Un raisonnement par l'absurde, comme en mathématique, constitue en générale une réponse élégante à ce genre de question. Une autre possibilité serait de calculer l'angle d'incidence limite à partir duquel il y aurait réflexion totale et de la comparer à la valeur de l'angle d'incidence en B .

3. Si l'on reprend le raisonnement précédent en présence d'une goutte de pluie alors l'angle de réfraction vérifie

$$\sin \theta_2 = \frac{n_v}{n_e} \sin \theta_1 = 0.864 \Rightarrow \theta_2 = 59.8^\circ .$$

Cette fois il existe un rayon réfracté et une partie de l'intensité lumineuse est perdue.

4. Plus il y a de gouttes de pluie sur le pare-brise, plus le rayon « piégé » dans le pare-brise subira de réfractions diminuant son intensité. Si le système de contrôle de la vitesse des essuie-glaces a été correctement étalonné sur cette intensité lumineuse, les essuie-glace auront une vitesse adaptée à la quantité d'eau présente sur le pare-brise.

Colle 5

Un bassin de profondeur $d = 1.50 \text{ m}$ est totalement rempli d'eau d'indice $n = 1.33$. On note n_{air} l'indice de l'air. Au fond du bassin est placée une source ponctuelle émettant de la lumière dans toutes les directions.

1. Expliquer pourquoi toute la surface n'est pas éclairée mais que l'on ne voit qu'un disque lumineux éclairé à la surface de l'eau.

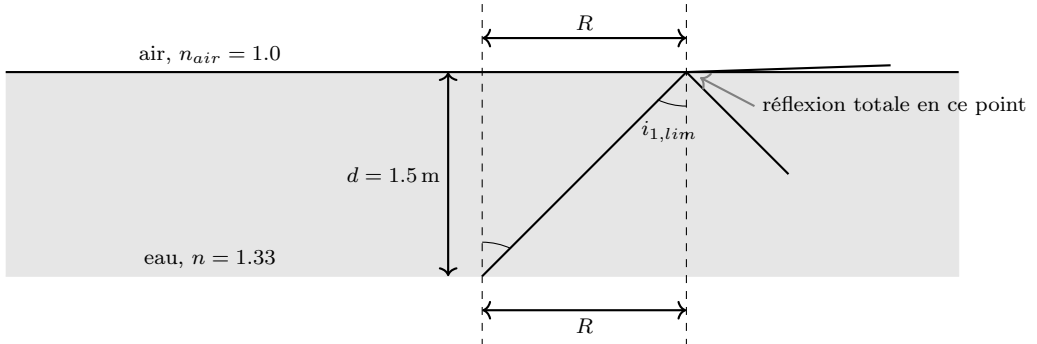
2. Montrer que le rayon du disque lumineux qui se forme à la surface de l'eau est :

$$R = \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{n}{n_{air}}\right)^2 - 1}}$$

Faire l'application numérique.

1. Certains rayons arrivent trop inclinés (angle d'incidence tel que $i_1 > i_{lim}$ avec i_{lim} l'angle limite tel que l'angle de réfraction est égal à $\frac{\pi}{2}$) et subissent une réflexion totale. Ils restent à l'intérieur de l'eau et ils ne sont alors pas visibles depuis l'extérieur de l'eau ! C'est pourquoi on ne voit qu'une tache lumineuse circulaire.

2. Pour calculer le rayon de cette tache on considère uniquement le rayon à la limite de la réflexion totale (voir figure suivante) :



La seconde loi de Snell-Descartes nous donne : $n \sin i_{1,lim} = n_{air} \sin \frac{\pi}{2} = n_{air}$.

On a également $\tan i_{1,lim} = \frac{R}{d}$ donc

$$R = d \tan i_{1,lim} = R \frac{\sin i_{1,lim}}{\cos i_{1,lim}} = d \frac{\frac{n_{air}}{n}}{\sqrt{1 - \sin^2 i_{1,lim}}} = R \frac{\sin i_{1,lim}}{\cos i_{1,lim}} = d \frac{\frac{n_{air}}{n}}{\sqrt{1 - \left(\frac{n_{air}}{n}\right)^2}} = \frac{d}{\sqrt{\left(\frac{n}{n_{air}}\right)^2 - 1}}.$$

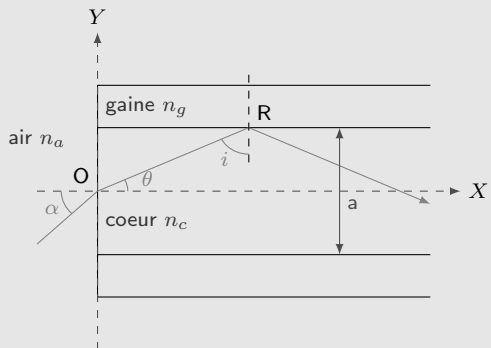
On trouve $R = 1.7 \text{ m}$

Dispositifs utilisant la réflexion totale

De nombreux outils utilisent la notion de réflexion totale, voici les deux plus classiques.

➤ Colle 6

Une fibre à saut d'indice est formée d'un cœur cylindrique d'axe OX et de diamètre a , homogène et isotrope d'indice de réfraction n_c ; entouré d'une gaine homogène et isotrope d'indice de réfraction n_g , légèrement inférieur à n_c . La fibre est limitée à ses extrémités par deux plans perpendiculaires à OX . L'indice de l'air est noté n_a inférieur à n_c et n_g . On étudie la propagation d'un rayonnement monochromatique dans le plan XOY .



1. Quelle condition doit vérifier l'angle d'incidence i à la surface de séparation cœur-gaine pour qu'un rayon lumineux situé dans le plan XOY se propage en restant confiné dans le cœur ?

On note i_{lim} l'angle d'incidence limite et $\theta_{lim} = \frac{\pi}{2} - i_{lim}$.

2. Montrer que la condition précédente est vérifiée si l'angle d'incidence sur la face d'entrée de la fibre est inférieur à une valeur limite α_{lim} que l'on exprimera en fonction des indices de réfraction.

3. On appelle ouverture numérique $ON = n_a \sin \alpha_{lim}$. Montrer que $ON = \sqrt{n_c^2 - n_g^2}$.

1. L'indice du cœur étant plus élevé que l'indice de la gaine, il peut y avoir réflexion totale sur le dioptre cœur/gaine si $i \geq i_{lim} = \arcsin \frac{n_g}{n_c}$.

2. En étudiant le triangle rectangle formé par le rayon lumineux (OR) et l'axe X de la fibre on peut relier les angles i et θ par la relation

$$\theta + i + \frac{\pi}{2} = \pi \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2} - i .$$

Or la condition de réflexion totale est $i > i_{lim}$ donc

$$\begin{aligned} i &> i_{lim} \\ \Rightarrow \frac{\pi}{2} - \theta &> i_{lim} \\ \Rightarrow \theta &< \frac{\pi}{2} - i_{lim} = \frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_g}{n_c} . \end{aligned}$$

Or d'après la seconde loi de Snell-Descartes $n_a \sin \alpha = n_c \sin \theta$, de plus la fonction sinus est strictement monotone croissante sur $[0, \pi/2]$ donc

$$\begin{aligned} \sin \theta &< \sin \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_g}{n_c} \right) \\ \Rightarrow \frac{n_a}{n_c} \sin \alpha &< \sin \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_g}{n_c} \right) \\ \Rightarrow \sin \alpha &< \frac{n_c}{n_a} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_g}{n_c} \right) \\ \Rightarrow \alpha &< \arcsin \left[\frac{n_c}{n_a} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_g}{n_c} \right) \right] = \alpha_{lim} . \end{aligned}$$

3. L'ouverture numérique est définie par

$$\begin{aligned} ON = n_a \sin \alpha_{lim} &= \frac{n_c}{n_a} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \arcsin \frac{n_g}{n_c} \right) \\ &= n_c \cos \left(\arcsin \frac{n_g}{n_c} \right) \\ &= n_c \sqrt{1 - \sin^2 \left(\arcsin \frac{n_g}{n_c} \right)} = n_c \sqrt{1 - \frac{n_g^2}{n_c^2}} = \sqrt{n_c^2 - n_g^2} . \end{aligned}$$

Il est utile pour la question précédente de se rappeler que $\sin(\pi/2 - x) = \cos x$ et que $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$ donc

$$\cos x = \sqrt{1 - \sin^2 x} .$$